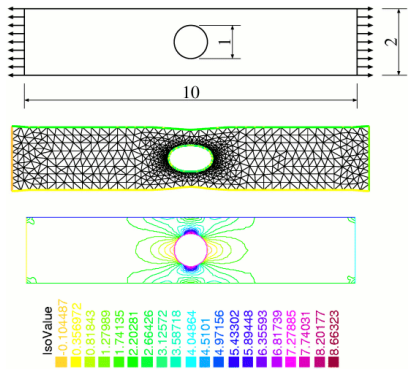
第6章　応力集中部とき裂

目　的　　応力集中部とき裂の評価方法の基礎を理解する.



6.1　応力集中部と切欠き
　6.1.1　応力集中係数
　6.1.2　応力集中の低減
　6.1.3　寸法効果

6.2　き　裂
　6.2.1　切欠きとき裂
　6.2.2　き裂進展のエネルギー
　6.2.3　応力拡大係数
　6.2.4　破壊じん性

6.1　応力集中部

6.1.1　応力集中係数

<u>応力集中部</u>

機械部品には孔や切欠き(notch)など，急激に形状が変化し，そのために高い応力が作用する部分.

<u>円孔の例</u>

図6.1に示すように，厚さ h の無限板に半径 a の円孔を考える．遠方応力をσ_nとすると，円孔の中心 x=0 からの関数として，断面BBに生ずる応力は次式で与えられる.

$$\sigma_y = \frac{\sigma_n}{2}\left(2 + \frac{a^2}{x^2} + \frac{3a^4}{x^4}\right) \qquad (6.1)$$

この時，円孔縁Aに作用する最大応力σ_{max}は，

$$\boxed{\sigma_{\max} = \alpha\sigma_n, \quad \alpha = 3} \qquad (6.2)$$

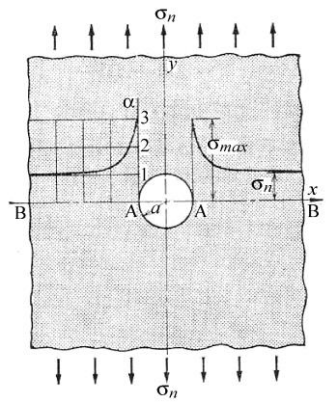


図6.1　帯板中に存在する円孔

前式で α が応力集中係数(stress concentration factor)である.

幅 w の帯板の場合，応力集中係数は$2a/w$ の値に従って図6.2に示すように変化する．なお公称応力は，

$$\sigma_n = \frac{P}{(w-2a)h} \qquad (6.3)$$

当然，疲労破壊等の種々の破壊は，このような応力集中部を起点とするので，応力集中係数を可能な限り低減するように設計すべきである.

なお，応力集中係数は，円孔以外の種々の形状に対しても広範囲に求められて，ハンドブック等にまとめられている.

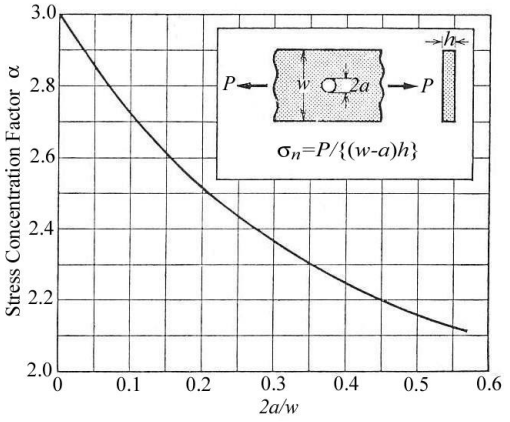


図6.2　円孔を有する帯板の応力集中係数

6.1.2　応力集中の低減

<u>(1)切欠き形状</u>　図6.3に示すように，切欠き底半径を大きくする，あるいは開き角を大きくするなどの形状を修正することで，著しく応力集中係数を低減できる.

<u>(2)補強</u>　補強することで作用応力を低減する.

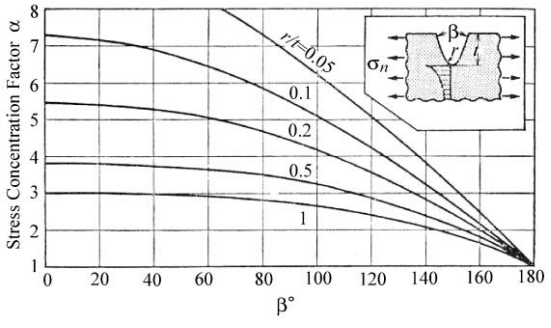


図6.3　V形切欠きを有する半無限板の応力集中係数と開き角の関係

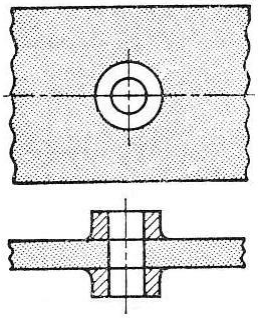


図6.4　円輪で補強した円孔

(3)干渉効果　一つの切欠きの近くに別の切欠き(relief groove)を設けることで，応力集中係数を低減できる（図6.5のBの場合に注目せよ）．この方法は，回転軸のフィレット部の応力集中係数を低減するためにしばしば用いられる(図6.6参照)．

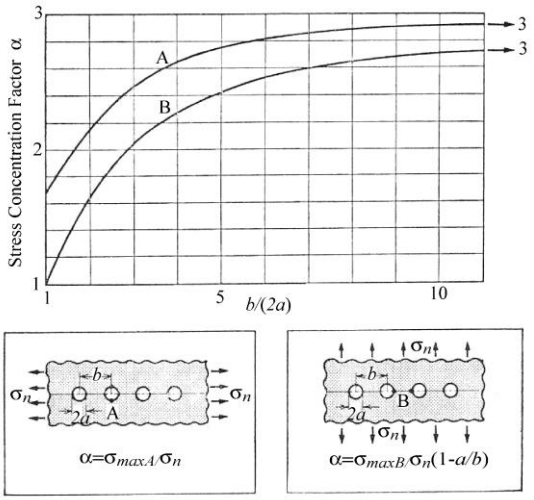


図6.5　無限板で生ずる切欠きの干渉効果

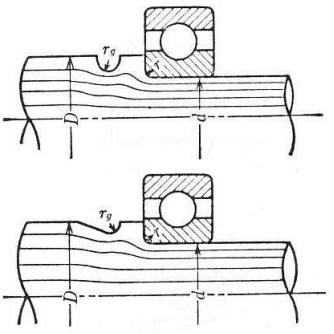


図6.6　relief grooveによる断付丸棒の応力集中の軽減

6.1.3　寸法効果

相似形の切欠き

・切欠きの大きさによらず応力集中係数 α は同じ．
・切欠きが大きくなるほど応力場は大となる．

↓

σ_C 以上の応力が作用する領域(r_C, r_C')に欠陥から破壊が生ずると仮定すれば，切欠きが大きいほど破壊確率は大となる(図6.7，寸法効果)．

き裂化

図の楕円孔先端から疲労き裂が発生したならば，楕円孔はき裂となる．また，後述する応力拡大係数が大であるため，疲労き裂は急速に進展する．

応力集中係数を用いて設計する場合，交番応力が作用するか否かを考える必要がある．

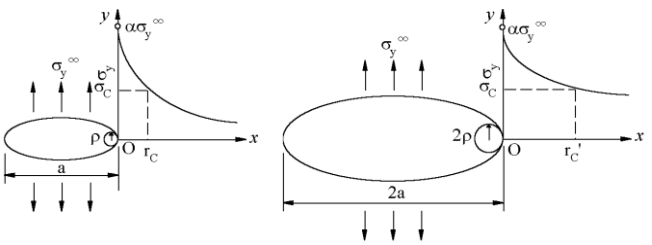


図6.7　寸法が異なる楕円孔による応力集中

6.2 き 裂 (crack)

6.2.1 切欠きとき裂

作用応力(applied stress) σ_y^∞下にある無限体中の楕円孔において，楕円孔先端の曲率半径 $\rho \ll a$ のとき，楕円孔先端近傍($x \ll a$)の x 軸上の応力場は，

$$\sigma_y = \sigma_y^\infty \left\{ \sqrt{\frac{a}{2x+\rho}} \left(1 + \frac{\rho}{2x+\rho} \right) + \frac{\rho}{2x+\rho} \right\} \qquad (6.4)$$

この式より，楕円孔先端Oに生じる最大応力は，

$$(\sigma_y)_{\max} = \alpha \sigma_y^\infty, \quad \alpha = 1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}} \qquad (6.5)$$

き裂($\rho \to 0$)のとき，

$$\sigma_y = \sigma_y^\infty \sqrt{\frac{a}{2x}} \qquad (6.6)$$

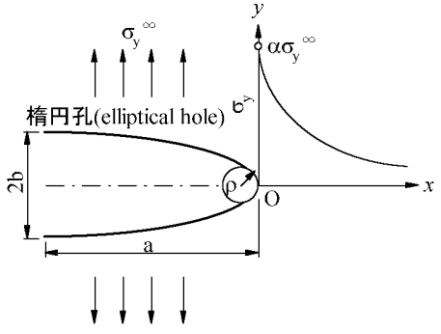


図6.8 楕円孔による応力集中

6.2.1 き裂進展のエネルギー

長さ a のき裂を含む厚さ t の板材に引張力 F が作用していると考える(図6.9).
き裂がδa だけ進展したとすると，以下の関係が成立する.

(外力による仕事δW)≧(蓄積弾性エネルギー変化δU)+(表面エネルギー変化)

式で書けば，

$$\delta W \geq \delta U + G_C t \delta a \qquad (6.7)$$

ここで G_C は新たに表面を形成するために必要な単位面積あたりのエネルギー(表面エネルギー)である.

次に，板材の両端の位置は固定されており，外力により仕事はないと考えると，

$$\delta W = 0 \qquad (6.8)$$

であるから，式(6.7)より，

$$-\delta U \geq G_C t \delta a \qquad (6.9)$$

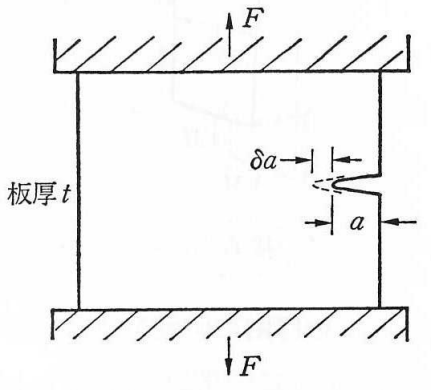


図6.9 き裂の進展

前式の左辺は，き裂が進展するにつれて開放される蓄積弾性エネルギーを，右辺は新たな表面の形成により吸収されるエネルギーを意味している．

板材内部に単位体積に蓄積されるエネルギーは，

$$U_0 = \frac{\sigma\varepsilon}{2} = \frac{\sigma^2}{2E} \quad (6.10)$$

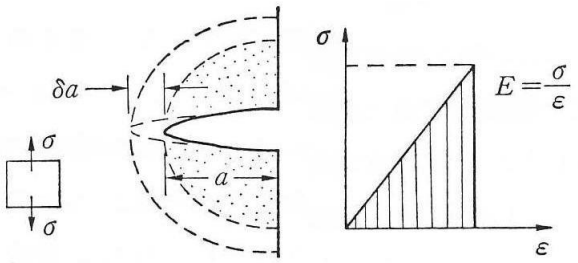


図6.10 き裂進展にともなう蓄積弾性エネルギーの解放

図6.10に示すように，き裂が無い状態から長さ a のき裂が形成されたとすると，図中の半径 a の領域内から開放されるエネルギーは，

$$U = -\frac{\sigma^2}{2E}\frac{\pi a^2 t}{2} \quad (6.11)$$

次に，き裂が δa だけ進展したとすると，それに対応する蓄積弾性エネルギーの変化は，

$$\delta U = \frac{dU}{da}\delta a = -\frac{\sigma^2 \pi a t}{2E}\delta a \quad (6.12)$$

上式では，大雑把に蓄積弾性エネルギーの変化量を計算したが，き裂周囲の応力値を用いて厳密に計算すると，

$$\delta U = \frac{dU}{da}\delta a = -\frac{\sigma^2 \pi a t}{E}\delta a \quad (6.13)$$

式(6.9)を用いると，

$$\frac{\sigma^2 \pi a}{E} \geq G_C \quad (6.14)$$

上式が急速破壊(き裂が止まることなく急速に進展する破壊)の開始条件式である．書き直すと，

$$K_I \equiv \sigma\sqrt{\pi a} \geq \sqrt{EG_C} \quad (6.15)$$

以上のように，後に述べる応力拡大係数を用いて急速破壊の条件式が記述される．

6.2.3 応力拡大係数

式(6.6)を書き直せば，$\sigma_y = \dfrac{K_I}{\sqrt{2\pi x}}$，$K_I = \sigma_y^{\infty}\sqrt{\pi a}$ (6.16)

K_I: モードI(開口モード)の応力拡大係数

一般には部材の形状と作用応力の負荷方向によって決まる係数 A を用いて，

$$K_I = A\sigma_y^{\infty}\sqrt{\pi a} \quad (6.17)$$

き裂長さや作用応力が
異なるが K_I の値が同じ
↓
き裂先端の応力場が同じ
↓
き裂先端では
同じ破壊現象が生ずる

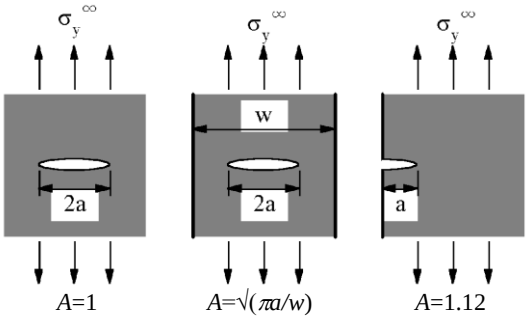


図6.11 応力拡大係数における係数 A の例

6.2.4 破壊じん性(fracture toughness)

CT試験片に引張加重を負荷して破断させる
↓
破断時の K_I 値(K_C と表記)を求める

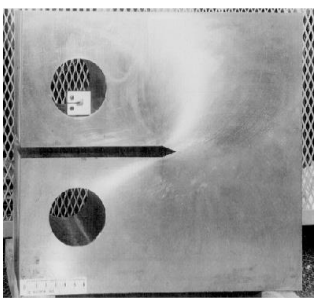


図6.12 CT試験片(compact specimen)

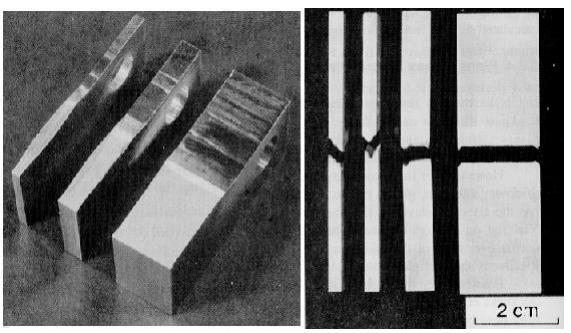


図6.13 試験片の板厚と破断面の様相の関係

平面ひずみ条件を満足する板厚(ヒンジ型の変形)で測定された K_C を破壊じん性値 K_{IC} と定義する. き裂やき裂状の欠陥からの破壊条件式は,

$$K_I\,(\text{応力場を表す指標}) \geqq K_{IC}\,(\text{材料特性値}) \qquad (6.18)$$

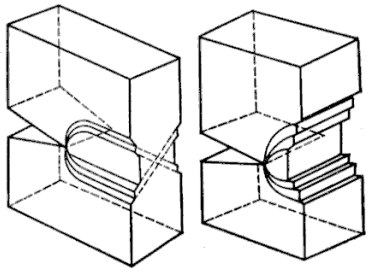


図6.14 変形形態の相違:(左) せん断型(平面応力), (右)ヒンジ型(平面ひずみ)

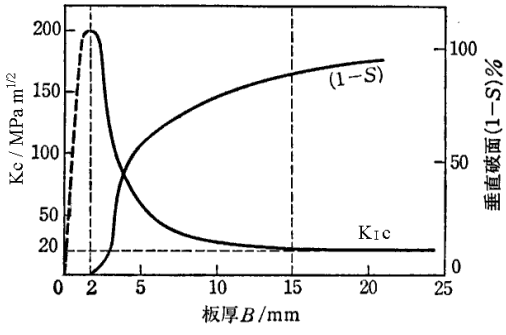


図6.15 試験片の板厚と K_C の関係

6章演習問題

問題 1　直径 $2a$ =9 mmの円孔が存在する幅 w =20 mm, 厚さ h=2 mm の帯板に, P =2.2 kN の荷重が作用している.

(1-1)　図6.2を用いて応力集中係数を求めよ.
(1-2)　円孔縁に生ずる応力値を求めよ.

問題 2
(2-1)　応力集中係数を低減しなければならない理由を述べよ.
(2-2)　応力集中係数を低減するための具体的方法を述べよ.

問題 3　厚板からなるある部品の使用応力がσ_d=600 MPa, 破壊靭性がK_{IC}= 50 MPa m$^{1/2}$ であったとする. また, 手元の非破壊検査装置で確実に検出できるのは寸法 8 mm までの欠陥である. ハンドブックを調べた結果, 厚板内に直径 $2a$ の円板状き裂がある場合, $K_I = (2/\pi)\sigma_d \sqrt{(\pi a)}$ であった. この部品に急速破壊が生じる最小の欠陥まで検出可能か検討しなさい.

6章演習問題解答

問題 1

(1-1) $2a/w$=0.45より，α=2.2

(1-2) 式(6.3)を用いれば，円孔縁の応力は，

$$\sigma = \alpha\sigma_n = 2.2\frac{2.2\times10^3}{2\times10^{-3}(20-9)\times10^{-3}} = 220\,(\mathrm{MPa})$$

問題 2　6.1.1および6.1.2参照.

問題 3　破壊条件式 K_I=K_{IC}より，

$$K_I = (2/\pi)\sigma_d\sqrt{\pi a} = K_{IC}$$

のとき急速破壊が生ずる. この式より，

$$2a = \pi K_{IC}{}^2/(2\sigma_d^2) = 10.9\,(\mathrm{mm}) > 8\,(\mathrm{mm})$$

よって，欠陥は検出可能である.