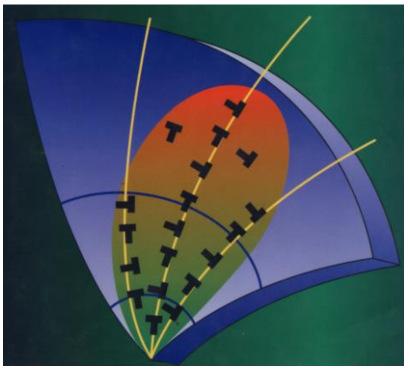
第4章　転位（dislocation）

目　的　　転位の概念のおよび転位の移動と塑性変形の関係を理解する.



4.1　転位の概念と基礎

4.1.1　刃状転位

<u>転位 (dislocation)</u>
結晶内に存在する線欠陥であり，その移動が結晶内のすべり変形をもたらす.

<u>刃状転位 (edge dislocation)</u>
転位線とバーガースベクトルが直交する転位．余分な半原子面が差し込まれた形をしている.

<u>バーガースベクトル (Burger’s vector)</u>
転位移動によるすべりの単位となるベクトル(記号 b).

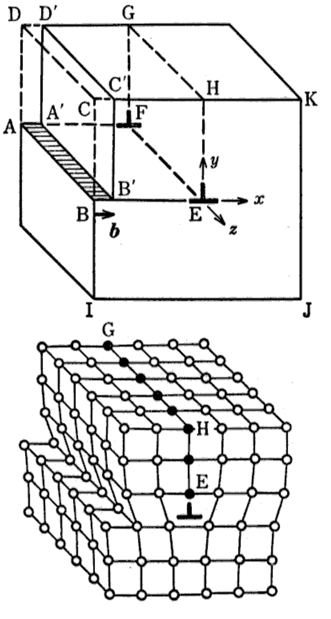


図4.1　刃状転位

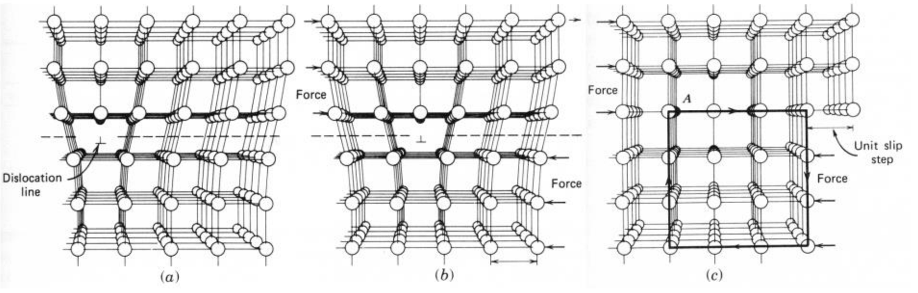


図4.2　刃状転位の移動

刃状転位の移動とすべり

図4.2の刃状転位が右へ移動し，表面に達するとバーガースベクトルに相当する大きさのすべり段が形成される.

すべり面全体の原子が一度に移動するよりも，極めて低いせん断応力下で転位移動は生ずる（図4.3の例）.

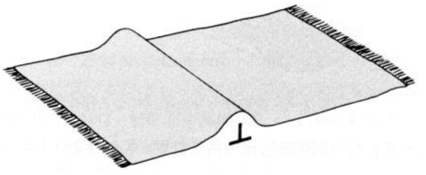


図4.3　カーペットのたわみとの類似性

4.1.2　パイエルス・ナバロウ応力

<u>パイエルス・ナバロウ応力</u>
(Paierls-Nabarro stress)

転位移動に対する内在的な抵抗であり，換言すると転位移動に要する応力のこと. この値は，式(4.1)で表される.

$$\tau_{\mathrm{PN}} = \frac{2\mu}{1-\nu}\exp\left\{-\frac{2\pi a}{(1-\nu)\,b}\right\} \quad (4.1)$$

転位移動に要する応力は
理論せん断強度より著しく小.
↓
すべりは格子欠陥(転位)の移動.

式(4.1)より，すべり面間隔 a が大で，隣接する原子間距離 b が小であるほど，パイエルスナバロウ応力は小.
↓
最密充填面（すべり面）ですべりが生ずる.

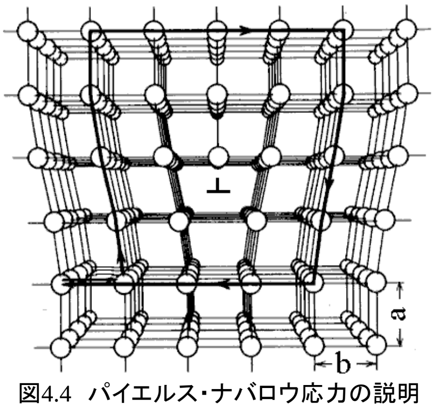


図4.4　パイエルス・ナバロウ応力の説明

4.1.3 刃状転位の応力場

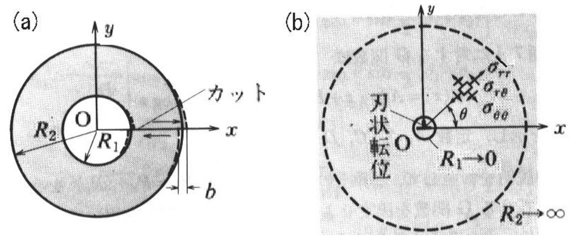


図4.5 刃状転位の応力場の導出

二次元弾性解析より，図 4.5 (a) の各応力成分は，円柱座標において，

$$\sigma_{rr} = \frac{b\mu}{2\pi(1-\nu)}\left\{-\frac{1}{r} + \frac{r}{R_1^2+R_2^2} + \frac{R_1^2R_2^2}{r^3(R_1^2+R_2^2)}\right\}\sin\theta$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{b\mu}{2\pi(1-\nu)}\left\{-\frac{1}{r} + \frac{3r}{R_1^2+R_2^2} - \frac{R_1^2R_2^2}{r^3(R_1^2+R_2^2)}\right\}\sin\theta \qquad (4.2)$$

$$\sigma_{r\theta} = -\frac{b\mu}{2\pi(1-\nu)}\left\{-\frac{1}{r} + \frac{r}{R_1^2+R_2^2} + \frac{R_1^2R_2^2}{r^3(R_1^2+R_2^2)}\right\}\cos\theta$$

式(4.2)で $R_1 \to 0$，$R_2 \to \infty$ とすれば，図 4.5(b) の刃状転位の応力場は，以下のように求められる．

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = -\frac{b\mu\sin\theta}{2\pi r(1-\nu)},\quad \sigma_{r\theta} = \frac{b\mu\cos\theta}{2\pi r(1-\nu)} \qquad (4.3)$$

さらに，

$$\sin\theta = y/r,\quad \cos\theta = x/r,\quad r^2 = x^2 + y \qquad (4.4)$$

に注意し，下式を用いて円柱座標系から x-y 座標系に変換する．

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx} &= \sigma_{rr}\cos^2\theta + \sigma_{\theta\theta}\sin^2\theta - 2\sigma_{r\theta}\sin\theta\cos\theta \\
\sigma_{yy} &= \sigma_{rr}\sin^2\theta + \sigma_{\theta\theta}\cos^2\theta + 2\sigma_{r\theta}\sin\theta\cos\theta \qquad (4.5) \\
\sigma_{xy} &= (\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})\sin\theta\cos\theta + \sigma_{r\theta}(\cos^2\theta - \sin^2\theta)
\end{aligned}$$

以上の計算の後，

$$\sigma_{xx} = -\frac{b\mu}{2\pi(1-\nu)}\frac{y(3x^2+y^2)}{(x^2+y^2)^2},\quad \sigma_{yy} = \frac{b\mu}{2\pi(1-\nu)}\frac{y(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2}$$

$$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx}+\sigma_{yy}),\qquad \sigma_{xy} = \frac{b\mu}{2\pi(1-\nu)}\frac{x(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2} \qquad (4.6)$$

式(4.5)より，刃状転位周囲の応力場を図式化すると，図4.6のようになる．以上のように，転位周囲のひずみが応力場を発生させる．すなわち，転位は「応力発生源」である．

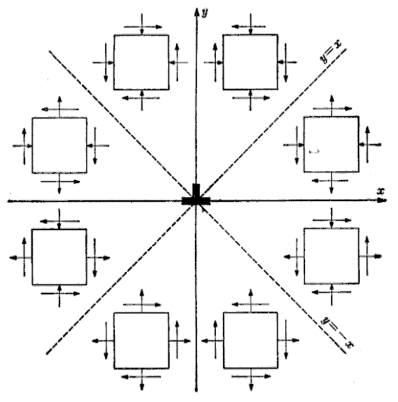


図4.6 刃状転位周囲の応力場

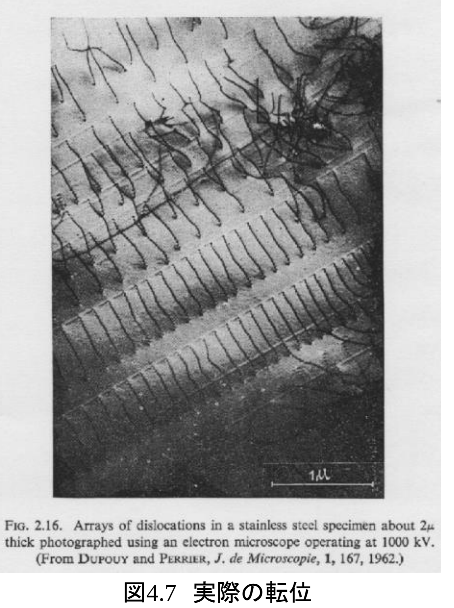


図4.7 実際の転位

4.1.4 刃状転位の上昇運動 (climbing motion)

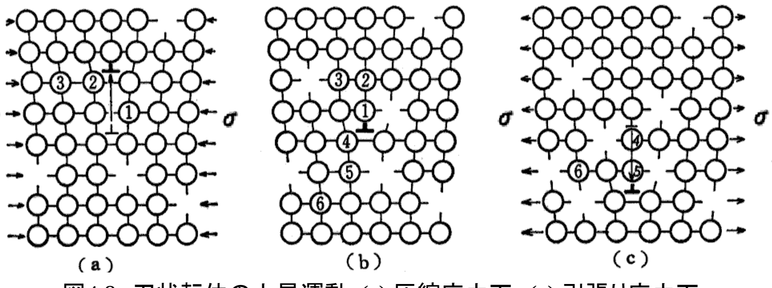


図4.8 刃状転位の上昇運動：(a) 圧縮応力下，(c) 引張り応力下

<u>上昇運動</u>

高温(融点×0.3以上)における原子拡散(空孔移動)により生ずるバーガースベクトルと垂直な方向への刃状転位の移動．

クリープ（creep）

材料に一定荷重を加えたまま，高温にさらし続けた際に，ひずみが増加する現象.

遷移クリープ（transient creep）

変形にともなう加工硬化により，時間の経過とともにひずみ速度が低下する.

定常クリープ（steady creep）

比較的高荷重下では転位の上昇運動により，析出粒子等で止められていた転位が上昇運動し，その後のすべり運動により変形が進行する.

加速クリープ

内部にき裂が形成され，ひずみが急速に増加する.

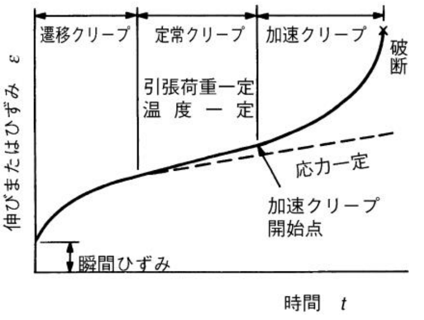


図4.9 クリープ曲線（creep curve）

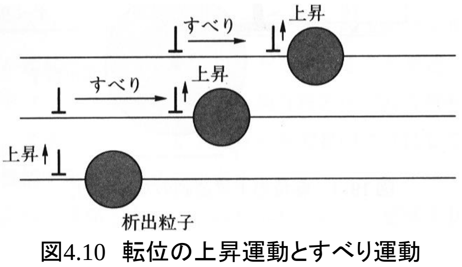


図4.10 転位の上昇運動とすべり運動

4.1.5 らせん転位

らせん転位 (screw dislocation)

転位線とバーガースベクトルが平行な転位．立体駐車場のランプのようならせん状になっている.

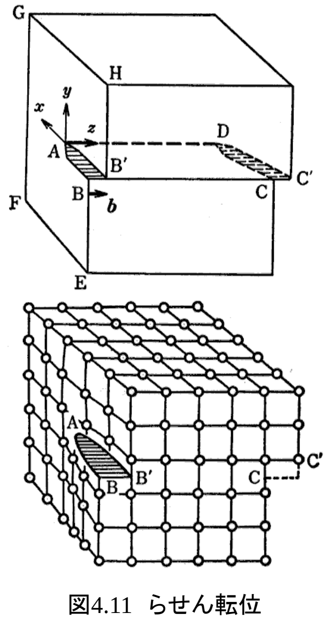


図4.11 らせん転位

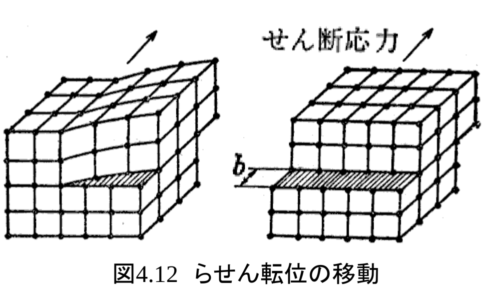


図4.12 らせん転位の移動

4.1.6 らせん転位の応力場

z方向の変位は,

$$w = \frac{b\theta}{2\pi} \quad (4.7)$$

であるから，転位周りのひずみは,

$$\varepsilon_{\theta z} = \frac{\partial w}{r\partial\theta} = \frac{1}{r}\frac{b}{2\pi} \quad (4.8)$$

フックの法則

$$\tau_{\theta z} = \mu\varepsilon_{\theta z} \quad (4.9)$$

より，応力は

$$\tau_{\theta z} = \frac{b\mu}{2\pi r} \quad (4.10)$$

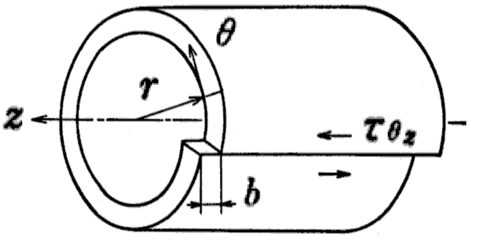


図4.13 らせん転位の応力場の導出

図4.13より,

$$\tau_{xx} = -\tau_{z\theta}\sin\theta,\ \tau_{xy} = \tau_{z\theta}\cos\theta \quad (4.11)$$

また，せん断応力の双対性より,

$$\tau_{xy} = \tau_{yx},\ \tau_{z\theta} = \tau_{\theta z} \quad (4.12)$$

式(4.10)を式(4.11)に代入し，さらに式(4.12)を用いると,

$$\tau_{xz} = -\frac{b\mu\sin\theta}{2\pi r} = -\frac{b\mu\, y}{2\pi(x^2+y^2)}$$

$$\tau_{yz} = \frac{b\mu\cos\theta}{2\pi r} = \frac{b\mu\, x}{2\pi(x^2+y^2)}$$

(4.13)

刃状転位と同様，らせん転位の周囲にも応力場が発生する．刃状転位との相違点は，垂直応力が生じないことである．

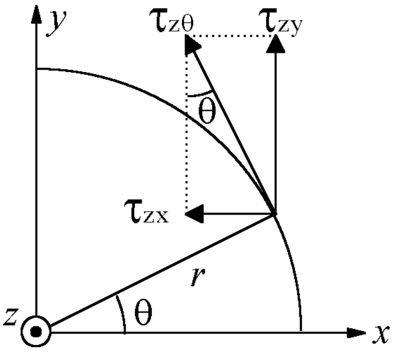


図4.14 らせん転位の応力

4.1.7 らせん転位の交差すべり (cross slip)

・交差すべりとは，らせん転位が主すべり面から交差すべり面へ移動すること．再度，主すべり面へ戻ることもできる．

・らせん転位は交差すべりにより障害物を避けてすべりを生じさせる．刃状転位では，幾何学的に交差すべりは不可能である．

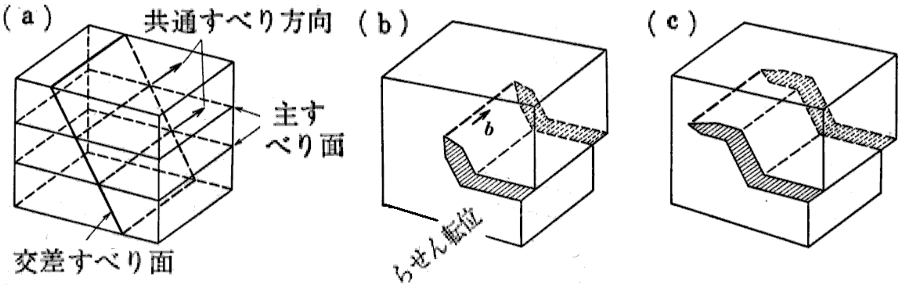


図4.15 交差すべり

4.1.8 らせん転位と刃状転位の相違

刃状転位でもらせん転位でも，通過後に生ずるすべり段はバーガースベクトルと同じ大きさになる．

相違点
①刃状転位は上昇運動するがらせん転位はしない．

②らせん転位は交差すべりを生ずるが，刃状転位はしない．

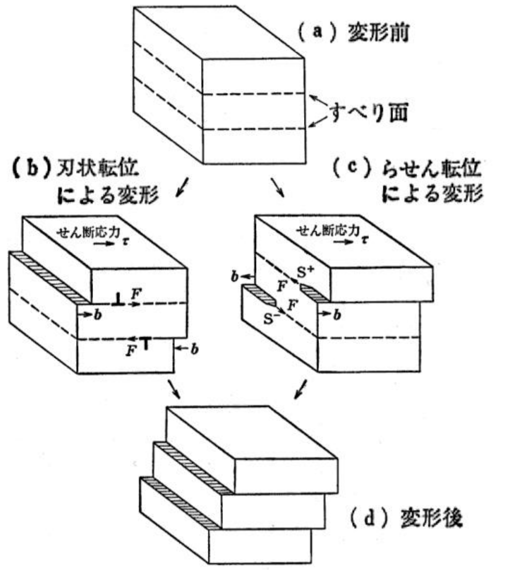


図4.16 刃状転位とらせん転位の移動により生ずるすべりの比較

4.1.9 複合転位 (mixed dislocation)

複合転位とは，刃状転位とらせん転位の両方の成分を有する線欠陥のこと.

- 左側A点ではらせん転位
- 右側C点では刃状転位
- その間B点では両方の成分を有する混合転位

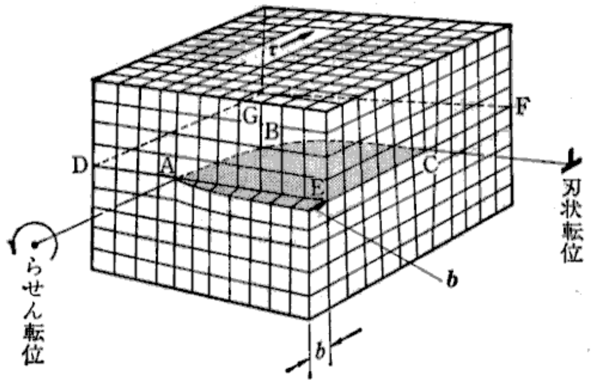


図4.17 複合転位

4.2 転位に基づく塑性変形の検討

4.2.1 転位の自己エネルギー (self energy)

式(4.6)より，$y = 0$面上では，

$$\sigma_{yx} = \sigma_{xy} = \frac{b\mu}{2\pi(1-\nu)x} \tag{4.14}$$

図4.18に示すように，$y = 0$面にあるスリット上面に式(4.14)と同じ応力を作用さると，スリット上面は b だけ左に移動する．この時，Δx 部分に働く力の大きさは，

$$F = l\Delta x \sigma_{yx} = \frac{b\mu l\Delta x}{2\pi(1-\nu)x} \tag{4.15}$$

次に b を $b+\Delta b$ まで増加させたとする．この時，力 F が作用する Δx 部分は Δb だけ左へ移動する.

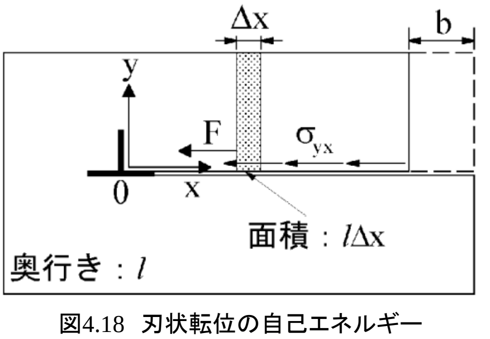


図4.18 刃状転位の自己エネルギー

F の変化が無視できるとすれば，Δx 部分になされる仕事は，$F\,\Delta b$ である．さらに，b=0 の場合から b=b_0 に達するまでにΔx 部分になされる仕事を考えると，

$$\Delta E_e = \int_0^{b_0} F db = \int_0^{b_0} \frac{b\mu\, l \Delta x}{2\pi(1-\nu)x} db = \frac{b_0^2 \mu\, l \Delta x}{4\pi(1-\nu)x} \qquad (4.16)$$

この値は，Δx 部分に蓄積される弾性エネルギーである．その後，スリットを接合すれば，1個の転位が存在する物体と同じ状態になる．その際，蓄積された弾性エネルギーは保存される．

今，求めようとしている値は，転位の自己エネルギーである．転位芯の外境界の位置 x_0 から隣の転位までの距離 x_1 までに蓄えられる弾性エネルギーを計算すれば，転位の自己エネルギーを概算できる．

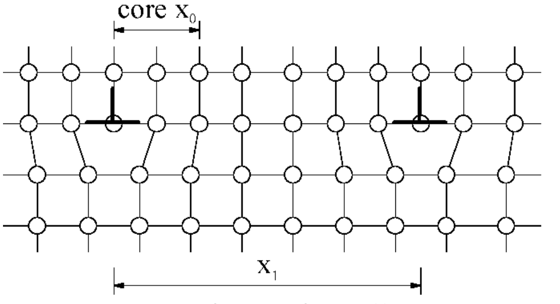


図4.19　転位芯と転位の範囲

すなわち，

$$E_e = \int_{x_0}^{x_1} dE^e = \int_{x_0}^{x_1} \frac{b_0^2 \mu\, l}{4\pi(1-\nu)x} dx = \frac{b_0^2 \mu\, l}{4\pi(1-\nu)} \log \frac{x_1}{x_0} \qquad (4.17)$$

転位芯 (dislocation core) x_0

式(4.14)によれば，転位の極近傍で理論せん断強度 $\tau_{\max}$(=μ/π)以上の応力が作用することになる．この領域を転位芯と呼ぶ．実際にはこのようなことはありえず，また転位芯についてはよくわかっていないが，その大きさを概算することはできる．すなわち，式(4.14)で，

$$\sigma_{yx}(x_0) = \tau_{\max} \rightarrow \frac{b\mu}{2\pi(1-\nu)x_0} = \frac{\mu}{\pi} \qquad (4.18)$$

とし，また ν=0.33, b=0.3 nm を代入すれば，転位芯半径は，

$$x_0 \approx 0.224\,\mathrm{nm} \qquad (4.19)$$

転位の範囲 x_1

転位の範囲を隣接転位間距離と考える．金属材料中の転位密度は，

$$\rho = 10^7 \sim 10^{12} \ \mathrm{m}^{-2} \tag{4.20}$$

この値を用いると，平均転位間距離は，

$$x_1 = 1/\sqrt{\rho} \approx 10^{-6} \sim 3.2\times10^{-4}\,\mathrm{m} \tag{4.21}$$

式(4.17)に，式(4.19)および(4.21)の値を代入すると，刃状転位の自己エネルギーは，

$$E_e = \alpha\, b_0^2 \mu\, l \ (\alpha \approx 0.4 \sim 0.7) \tag{4.22}$$

のように概算される．なお，らせん転位においては，α の値が2倍になるだけで，式の形は同じである．

4.2.2 ピーチ・ケラー力 (Peatch-Koehler force)

図4.20右図に示す微小部分の上下を b だけ相対変位させるために必要な仕事は，

$$W = \tau\,(l\Delta x)\,b \tag{4.23}$$

一方，この仕事が転位に力 F が作用して Δx だけ移動した結果，なされたと考えると，

$$W = F\Delta x \tag{4.24}$$

上2式より，作用応力 τ の下で転位の単位長さあたりに働く力(ピーチ・ケラー力)は，

$$F/l = \tau\, b \tag{4.25}$$

すなわち，単位長さあたりに転位に作用する力は，遠方作用せん断応力とバーガースベクトルの積で与えられる．なお式(4.24)は，らせん転位の場合にも成立する．

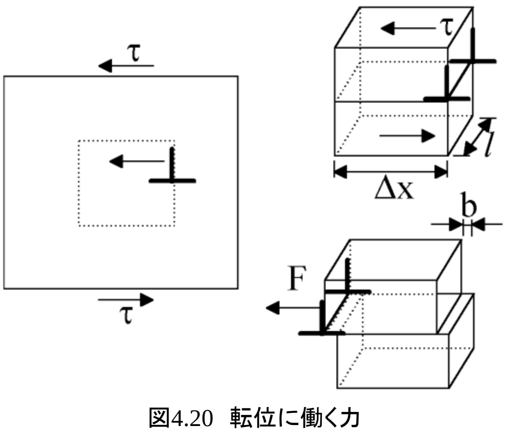


図4.20 転位に働く力

4.2.3 転位の増殖

塑性変形を加えると転位密度が増大する．

↓

転位を増殖する機構が存在する．その一つがフランク・リード源 (Frank-Read source) である．

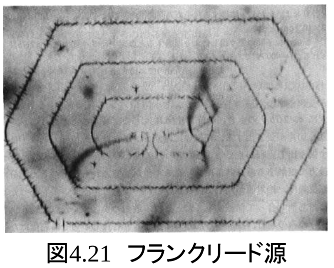


図4.21 フランクリード源

転位には，「ゴムひも」のように張力 T が作用する．すなわち，長さを小として蓄積弾性エネルギーを低下させようとする．

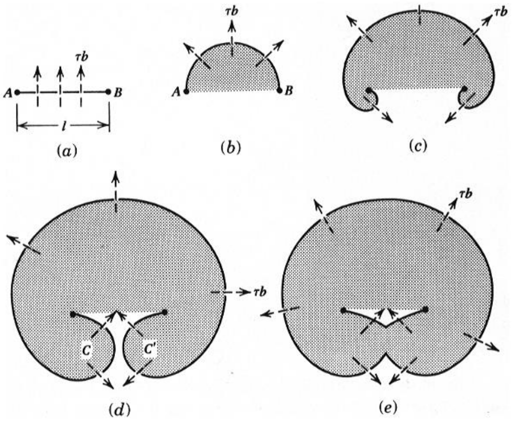


図4.22 フランクリード源における転位増殖

逆に，転位線を Δl だけ延ばすと，

$$\Delta E^{e} = T\Delta l \qquad (4.26)$$

だけ仕事がなされ，これが弾性エネルギーとして蓄積される．
式(4.26)より，

$$T = \frac{dE^{e}}{dl} \qquad (4.27)$$

である．上式に式(4.22)を代入すると，

$$T = \alpha \mu b^{2} \qquad (4.28)$$

一方，図4.23のように，半径 R の転位線を考える．その ds 部分には，張力 T のために転位線を引き戻そうとする力 F が作用する．

その大きさは，図4.23より，

$$F = 2T\sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) \qquad (4.29)$$

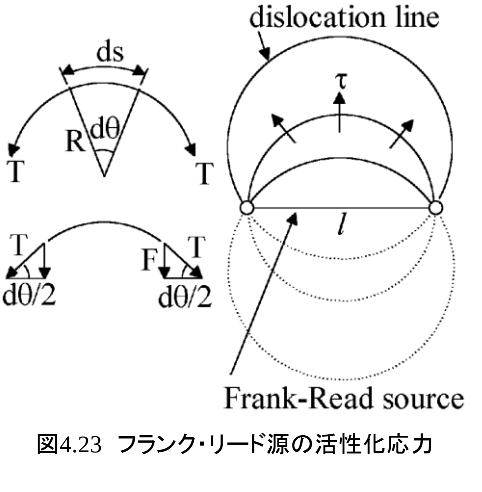


図4.23 フランク・リード源の活性化応力

さらに，

$$\sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) \approx \frac{d\theta}{2},\quad d\theta \approx \frac{ds}{R} \tag{4.30}$$

であるから，式(4.29)は下式のように簡単化できる．

$$F = \alpha\mu b^2 \frac{ds}{R} \tag{4.31}$$

また，式(4.25)より，

$$F / ds = \tau b \tag{4.32}$$

式(4.31)および(4.32)より，

$$\tau = \frac{\alpha\mu b}{R} \tag{4.33}$$

したがって，この値の同じ大きさのせん断応力が外から作用する時，転位は拡張する．また式(4.33)の値は，$R=l/2$ の時最大となる．その最大値以上のせん断応力が作用すると，転位源から転位が放出される．これが転位源活性化応力であり，下式で与えられる．

$$\tau_{\max} = \frac{2\alpha\mu b}{l} \approx \frac{\mu b}{l}\quad (\alpha \approx 0.5) \tag{4.34}$$

4.2.4 塑性変形の不可逆性

図4.25(a)：格子のゆがみ（弾性ひずみ）と転位移動（塑性ひずみ）が生ずる．

図4.25（b）：格子のゆがみは回復（弾性ひずみは回復）するが，転位はその場で停止する（塑性ひずみは回復せず）．

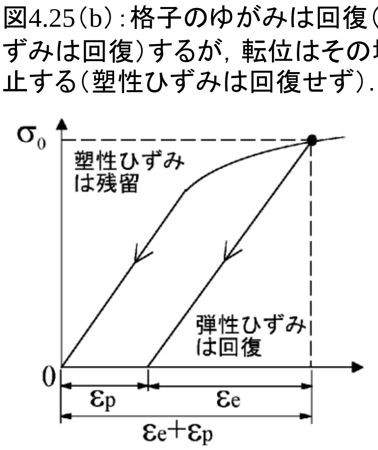


図4.24 弾性ひずみと塑性ひずみ

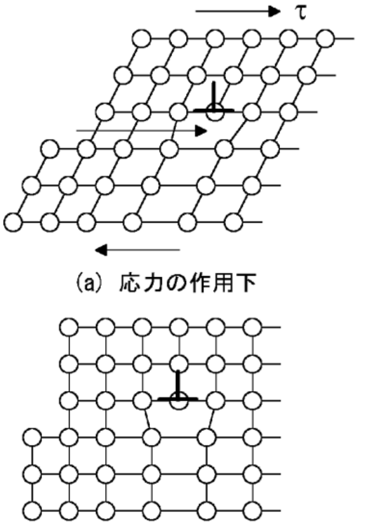


図4.25 塑性変形の不可逆性

4.2.5 転位移動と塑性ひずみ

図(b):1個の転位が中申している領域を通り抜けた場合に生じたせん断ひずみは,

$$\gamma = \frac{b}{h} \quad (4.35)$$

図(c):1個の転位が x だけ移動した場合に生ずるせん断ひずみは,

$$\gamma = \frac{bx}{hl} \quad (4.36)$$

図(d):N 個の転位が移動した場合には,

$$\gamma = \frac{b}{hl}\sum_{i=1}^{N} x_i \quad (4.37)$$

以上のように,塑性ひずみを転位数とその移動量から求めることができる.

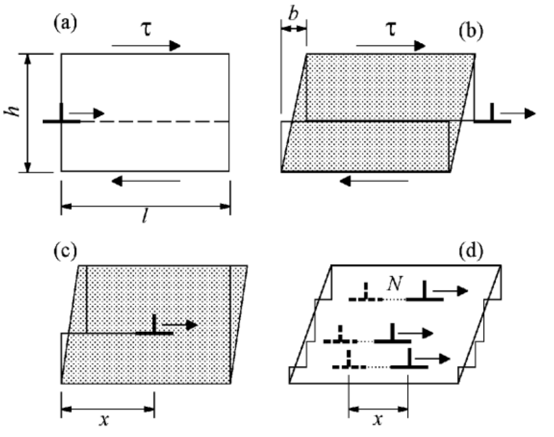


図4.26 転位移動による生ずるせん断ひずみ

4章演習問題

問題 1 刃状転位とらせん転位はどのような点が異なるのか,その相違点を述べよ.

問題 2 せん断応力の作用下で,刃状転位が移動する様子を図示せよ.

問題 3 ある金属のすべり面に作用するせん断応力が 15 MPa の時,転位に働く単位長さあたりの力を求めよ.なお,バーガースベクトルは 0.28 nm とする.

問題 4 アルミニウム合金(面心立方格子)中に極微細な硬質粒子が分散している.この合金の剛性率は 27 GPa,バーガースベクトルは 0.286 nm である.すべり面上でそれらの平均粒子間距離が 0.5 μmである時,ここから転位を発生させるために必要なせん断応力を概算せよ.

問題 5 徐荷後にも塑性変形が回復しない理由を説明せよ.

4章演習問題解答

問題 1

刃状転位では転位線とバーガースベクトルが直交している一方，らせん転位では転位線とバーガースベクトルが平行である．このように，刃状転位とらせん転位では，転位線の方向とバーガースベクトルの関係が異なる．

問題 2　図4.2参照．

問題 3　転位に働く単位長さあたりの力は，

$$F / l = \tau b = 15\times10^{6}\times0.28\times10^{-9} = 4.2\times10^{-3}\ (\mathrm{N/m})$$

問題 4　転位を発生させるために必要な応力は，

$$\tau_{\max} \approx \frac{\mu b}{l} = \frac{0.286\times10^{-9}\times27\times10^{9}}{0.5\times10^{-6}} = 15.4\,(\mathrm{MPa})$$

問題 5　4.2.4節参照．