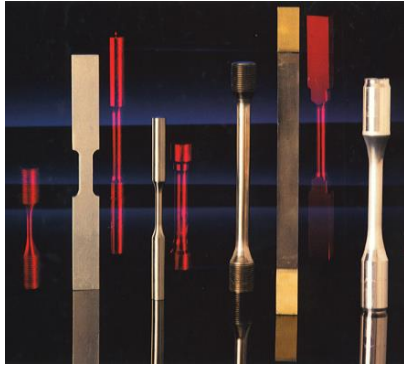


第2章 力学的挙動と静的強度

目的 荷重が作用した際の金属材料の力学的挙動について理解する。



- 2.1 応力-ひずみ曲線
 - 2.1.1 公称応力/ひずみと真応力/ひずみ
 - 2.1.2 応力-ひずみ曲線
 - 2.1.3 力学的性質(機械的性質)
 - 2.1.4 加工硬化
 - 2.1.5 じん性
 - 2.1.6 指標の意味
- 2.2 力学的性質を求める異なる方法
 - 2.2.1 ヤング率の測定方法
 - 2.2.2 硬さに基づく強度推定
- 2.3 延性破壊とぜい性破壊
 - 2.3.1 破壊形態の相違
 - 2.3.2 フラクトグラフィ

2.1 応力-ひずみ曲線

2.1.1 公称応力/ひずみと真応力/ひずみ

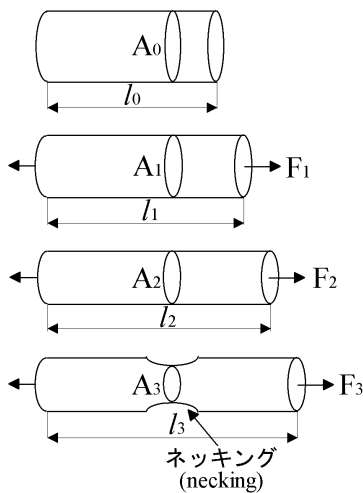


図2.1 一軸荷重下での変形

公称応力 (nominal stress) σ_n
初期断面積を基準とした応力
$$\sigma_n = F_i / A_0 \quad (2.1)$$

真応力 (true stress) σ_t
瞬間の面積を基準とした応力
$$\sigma_t = F_i / A_i \quad (2.2)$$

公称ひずみ (nominal strain) ϵ_n
初期長さを基準としたひずみ
$$\epsilon_n = \Delta l / l_0 = (l_i - l_0) / l_0 \quad (2.3)$$

真ひずみ (true strain) ϵ_t
瞬間の変形を考慮して算出したひずみ
$$\epsilon_t = \int_{l_0}^{l_i} (dl/l) = \ln(l_i / l_0) \quad (2.4)$$

公称ひずみと真ひずみの相違

$$\varepsilon_n = \frac{l_2 - l_0}{l_0} \neq \frac{l_1 - l_0}{l_0} + \frac{l_2 - l_1}{l_1} \quad (2.5)$$

$$\varepsilon_t = \ln \frac{l_2}{l_0} = \ln \frac{l_1}{l_0} + \ln \frac{l_2}{l_1} \quad (2.6)$$

公称ひずみと真ひずみの関係

$$\begin{aligned} \varepsilon_t &= \ln \frac{l_i}{l_0} = \ln \left(\frac{l_i - l_0}{l_0} + 1 \right) \\ &= \ln(\varepsilon_n + 1) \end{aligned} \quad (2.7)$$

公称応力と真応力の関係

弾性域(ひずみが極小さい場合)

$$\sigma_n \approx \sigma_t, \varepsilon_n \approx \varepsilon_t \quad (2.8)$$

塑性域(ひずみ大)

$$\sigma_n \neq \sigma_t, \varepsilon_n \neq \varepsilon_t \quad (2.9)$$

この領域では、体積一定で変形するので

$$A_0 l_0 = A_i l_i \quad (2.10)$$

上式より

$$\frac{A_0}{A_i} = \frac{l_i}{l_0} = \frac{l_i - l_0}{l_0} + 1 = \varepsilon_n + 1 \quad (2.11)$$

よって

$$\sigma_t = \frac{F_i}{A_i} = \frac{F_i}{A_0} \frac{A_0}{A_i} = \sigma_n (\varepsilon_n + 1) \quad (2.12)$$

2.1.2 応力-ひずみ曲線 (stress-strain curve)

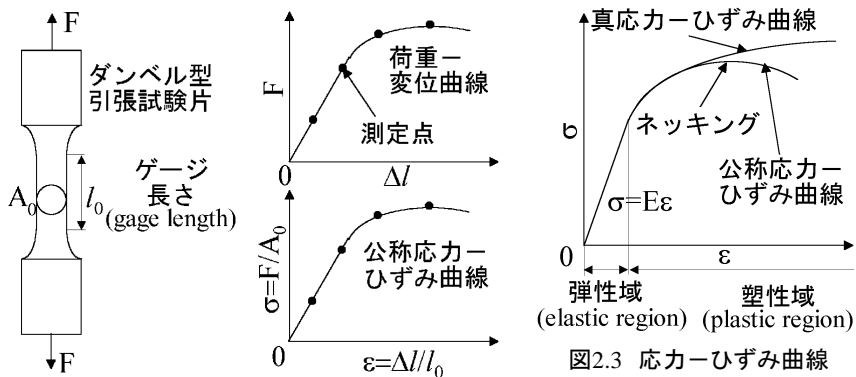


図2.2 公称応力-ひずみ曲線の求め方

ネッキングまでの真応力-ひずみ曲線は、式(2.7)と式(2.12)を用いれば、公称応力-ひずみ曲線から得られる。

2.1.3 力学的性質 (機械的性質) (mechanical properties)

引張り試験により, 材料の力学的性質が明らかとなる.

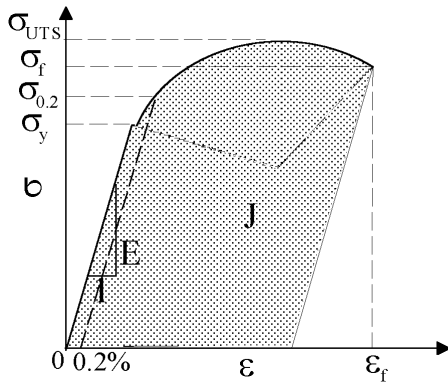


図2.4 力学的性質(機械的性質)

E	ヤング率
σ_y	降伏応力 (yield stress)
$\sigma_{0.2}$	0.2%耐力 (0.2% off-set stress)
σ_{UTS}	引張強さ (tensile strength)
σ_f	破断応力 (fracture stress)
ε_f	伸び, 破断ひずみ (elongation, fracture strain)
ϕ	絞り (reduction in area) $\phi = (A_0 - A_f) / A_0$
J	じん性 (toughness)
n	加工硬化指数 (work hardening exponent)

2.1.4 加工硬化 (work hardening)

塑性変形が進行するにつれて, 塑性変形に対する抵抗値が上昇する現象

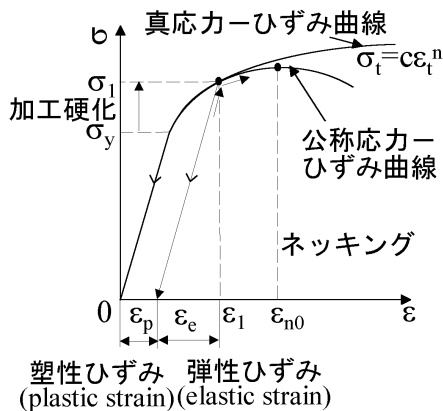


図2.5 加工硬化の説明

真応力-ひずみ曲線を下式で近似する (n は加工硬化指数).

$$\sigma_t = c \varepsilon_t^n \quad (2.13)$$

式(2.7)と式(2.12)から

$$\sigma_t = \sigma_n (\varepsilon_n + 1) \quad (2.14)$$

$$\varepsilon_t = \ln(\varepsilon_n + 1)$$

式(2.13)に式(2.14)を代入すると

$$\sigma_n = \frac{c}{\varepsilon_n + 1} \{\ln(\varepsilon_n + 1)\}^n \quad (2.15)$$

上式を微分すると

$$\frac{d\sigma_n}{d\varepsilon_n} = \frac{c}{(\varepsilon_n + 1)^2} \{n - \ln(\varepsilon_n + 1)\} \times \{\ln(\varepsilon_n + 1)\}^{n-1} \quad (2.16)$$

一方、ネッキング開始時の公称ひずみ $\varepsilon_n = \varepsilon_{n0}$ では、

$$d\sigma_n / d\varepsilon_n = 0 \quad (2.17)$$

式(2.16)と式(2.17)から

$$n = \ln(\varepsilon_{n0} + 1) \quad (2.18)$$

加工硬化指数 n はネッキング開始時の公称ひずみから概算できる。

2.1.5 じん性

材料が破断するまでに消費する単位体積あたりのエネルギー(応力-ひずみ曲線下側の面積)。強度と延性のバランスを示す指標。

$$J = \int \frac{F dl}{V} = \int \frac{F dl}{Al} = \int_0^{\varepsilon_f} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \quad (2.19)$$

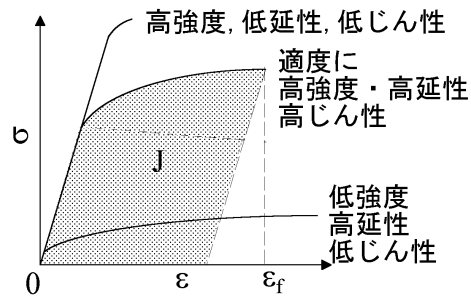


図2.6 じん性の説明

2.1.6 指標の意味

材料の力学的特性
指標を用いて記述される。

弾性変形: ヤング率, 剛性率

塑性変形: 加工硬化指数

強度: 降伏応力, 0.2%耐力
引張強さ, 破断応力

延性: 伸び, 絞り

強度と延性のバランス: じん性

2.2 力学的性質を求める異なる方法

2.2.1 ヤング率の測定方法

棒の質量 $m \ll$ 重りの質量 M

棒の長さ: l

棒の直径: $d (\ll l)$

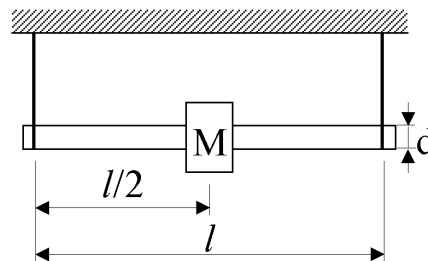


図2.7 測定方法

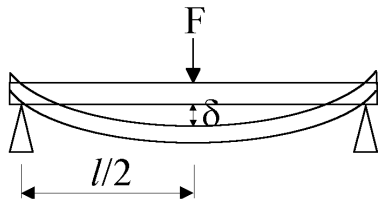


図2.8 棒中央でのたわみ

材料力学より、丸棒の断面2次モーメント I 、力 F が棒中央に作用した際のたわみ δ はそれぞれ

$$I = \frac{\pi d^4}{64}, \quad \delta = \frac{Fl^3}{48EI} \quad (2.20)$$

上式を用いると、棒のばね定数 k は

$$k = \frac{F}{\delta} = \frac{3\pi E d^4}{4l^3} \quad (2.21)$$

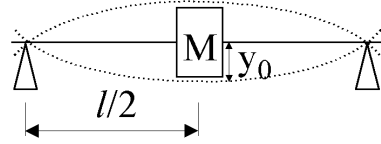


図2.9 棒の振動

一方、振動方程式

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} = -ky \quad (2.22)$$

より、変位 y は

$$y(t) = y_0 \cos \sqrt{\frac{k}{M}} t \quad (2.23)$$

したがって、棒の固有振動数 f は

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M}} \quad (2.24)$$

式(2.21)および式(2.24)より

$$E = \frac{16\pi M l^3 f^2}{3d^4} \quad (2.25)$$

あとは棒を振動させ、ストロボ装置を用いて棒の固有振動数を求め、上式に代入すれば、ヤング率を精密に求めることができる。

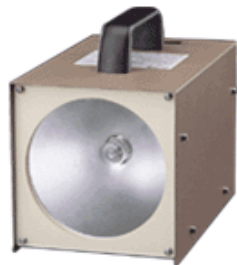


図2.10 ストロボ装置

2.2.2 硬さに基づく強度推定

荷重: P 、圧痕の側面積 A とすると硬さ (hardness) は

$$H_V = P / A \quad (2.26)$$

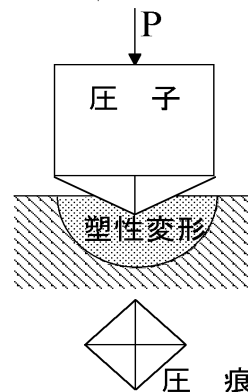


図2.11 ビッカース硬さ

圧子がめり込む→先端で塑性変形
 圧痕が大きくなる→先端での応力低下

圧痕先端の平均応力(硬さ)は、材料の塑性変形に対する抵抗(引張強度)と密接に関連する。

特に鉄鋼材料の場合、硬さと引張強度 σ_{UTS} および疲労強度 σ_w との間には明瞭な関係が成立する。近似的に

$$\sigma_{UTS} \approx 3H_V, \quad \sigma_w \approx 1.5H_V \quad (2.27)$$

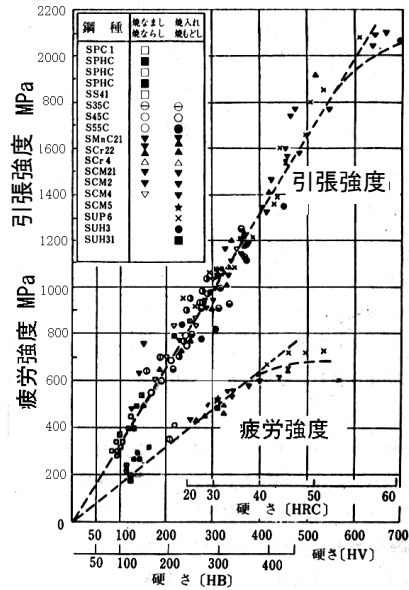


図2.12 硬さと強度の関係

2.3 延性破壊とぜい性破壊

2.3.1 破壊形態の相違

延性破壊 ある程度大きな延性(転位の移動)を示した後に生ずる破壊。

ぜい性破壊 ほとんど延性を示さずに生ずる破壊。

応力-ひずみ曲線の相違

ぜい性的に破壊する材料では、降伏以降の伸びが著しく小さい。破壊様相も破面形態(図2.14)も大きく異なる。

ぜい化

過度に転位(後述)の移動が妨げられると、内在する欠陥等から急速破壊が生ずるようになる。これをぜい化と呼ぶ。

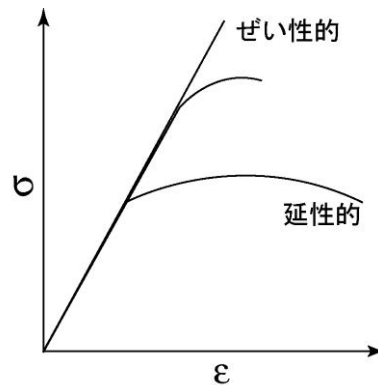


図2.13 応力-ひずみ曲線の相違

ぜい化の原因

- ①低温(特に軟鋼等)→低温ぜい性
- ②欠陥, 切欠き, き裂等(応力集中源)の存在→切欠きぜい性
- ③過度な強化
- ④高ひずみ速度(衝撃等)
- ⑤セラミックスなど転位移動が元来困難な場合

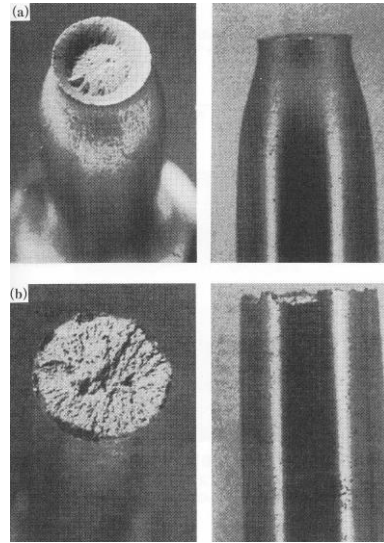


図2.14 延性的破壊(カップアンドコーン, 上), ぜい性的破壊(下)

2.3.2 フラクトグラフィ

破面には, 破壊の痕跡が記録されている. 破面様相から破壊形態を推定したり分類する学問分野をフラクトグラフィと呼ぶ. 事故原因を究明する際には必ず破面を観察する. 以下に, 典型的な破面形態を示す.

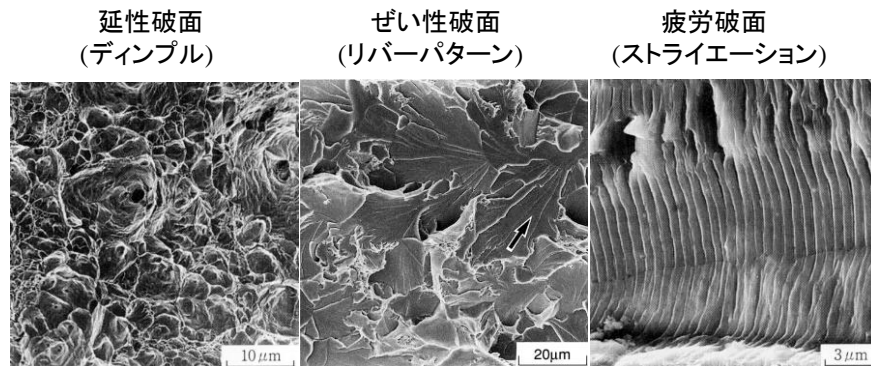


図2.15 各種破面形態

2章演習問題

問題 1 S45C(約0.45%の炭素を含む鉄鋼)をダンベル型丸棒試験片に加工し、これを引張試験に供する。試験片のゲージ部の直径は14 mm、ゲージ長さは50 mmである。試験機の表示によれば、現在、試験片に作用している荷重は 50 kNであり、またゲージ部の長さは50.077 mmである。材料は未だ弾性域内にある。

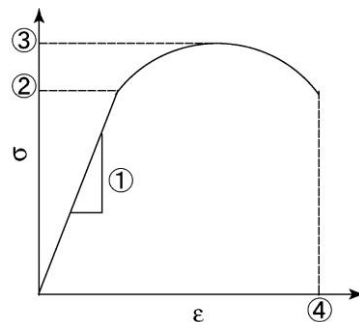
- (1-1) 試験片に作用している公称応力を求めよ。
- (1-2) この時の公称ひずみを求めよ。
- (1-3) 材料のヤング率を求めよ。

問題 2 上記の引張試験の結果、この材料の引張強さは570 MPaで、その時の公称ひずみは20 % (0.2)であった。また、絞りは40 % (0.4)であった。

- (2-1) ネッキングが生じた際の公称ひずみを答えよ。
- (2-2) この材料の加工硬化指数を求めよ。
- (2-3) 材料の真応力-ひずみ曲線を式で示せ。
- (2-4) (2-3)の結果を用いて材料のじん性値を求めよ。

問題 3 右図に示す応力-ひずみ曲線の①~④の名前を答えなさい。

問題 4 どのような条件下でぜい性破壊が生じやすいか答えなさい。



2章演習問題解答

問題 1

(1-1) 公称応力は、
$$\sigma_n = \frac{F}{A_0} = \frac{50 \times 10^3 \text{ (N)}}{3.14 \{7 \times 10^{-3} \text{ (m)}\}^2} = 325 \times 10^6 \text{ (Pa)} = 325 \text{ (MPa)}$$

(1-2) 公称ひずみは、
$$\varepsilon_n = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{50.077 - 50 \text{ (mm)}}{50 \text{ (mm)}} = 1.54 \times 10^{-3}$$

(1-3) ヤング率は、
$$E = \frac{\sigma_n}{\varepsilon_n} = \frac{325 \times 10^6 \text{ (Pa)}}{1.54 \times 10^{-3}} = 211 \times 10^9 \text{ (Pa)} = 211 \text{ (GPa)}$$

問題 2 (2-1) 作用応力が引張強さに達した際にネッキングが始まる。したがって、ネッキングが始まった際の公称ひずみは、 $\varepsilon_{n0}=0.2$ 。

(2-2) 加工硬化指数は, $\varepsilon_{n0}=0.2$ より, $n = \ln(\varepsilon_{n0} + 1) = \ln(1.2) = 0.182$

(2-3) 2.1.4節より, $\sigma_n = \frac{c}{\varepsilon_n + 1} \{\ln(\varepsilon_n + 1)\}^n$

この式に $\sigma_n=570$ MPa, $\varepsilon_n=0.2$ を代入すれば, $c=933$ MPaが求められる. よって真応力

–ひずみ曲線は, $\sigma_t = c \varepsilon_t^n = 933 \varepsilon_t^{0.182}$ (MPa)

(2-4) (2-3)で求めた真応力–ひずみ曲線と絞りからじん性値を求める. 2.1.3節より絞り

りは, $\phi = \frac{A_0 - A_f}{A_0} = 1 - \frac{A_f}{A_0}$

よって, 材料の破断時の真ひずみは, $\varepsilon_{tj} = \ln \frac{l_f}{l_0} = \ln \frac{A_0}{A_f} = \ln \frac{1}{1-\phi} = \ln \frac{1}{1-0.4} = 0.511$

2.1.5節よりじん性値は, $J = \int_0^{\varepsilon_{tj}} \sigma_t d\varepsilon_t = 933 \times 10^6 \int_0^{0.511} \varepsilon_t^{0.182} d\varepsilon_t = 933 \times 10^6 \left[\frac{\varepsilon_t^{1+0.182}}{1+0.182} \right]_0^{0.511}$
 $= 357 \times 10^6$ (J/m³) = 357 (MJ/m³)

問題 3 ①ヤング率, ②降伏応力, ③引張強さ, ④伸び(破断ひずみ)

問題 4 2.3.1節参照.