

『作用素論セミナー』

日 時：平成25年11月29日(金) 午後3時30分 -

場 所：京都大学数理解析研究所 2階 204号室

講演者：一ノ瀬 弥 氏 (信州大学)

題 目：On the Feynman path integral for the Dirac equation

要 旨：

Lagrangian が与えられているとき、空間上の経路 γ に対する作用 $S(\gamma)$ を考えることが出来る。Feynman 経路積分は、 $\exp iS(\gamma)$ を全ての γ について同じ重み(superposition principle)で「和」を取ったものである。この Feynman 経路積分が、考えている量子現象の確率振幅を与えるというのが、Feynman のアイデアであり、現在量子場の理論で普通に用いられているものである。

このアイデアは、良く知られているように、Schrödinger 方程式にはうまくいくが、実は Dirac 方程式についてはうまくいかない。実際 Feynman-Hibbs (1965) の本では、次のように記述されている。In the relativistic theory of the electron we shall not find it possible to express the amplitude for a path as e^{iS} , or in any other simple way. (p. 33 下から3行)。

この講演では、位相空間経路積分を考えれば、Dirac 方程式より少し一般的な方程式に対してさえも、Feynman 経路積分を考えることが出来ることを示す。「和」を取る電子の経路は、あらゆる方向に、あらゆる速度(無限大も含む)で、時間方向に順行するばかりでなく、逆行する(陽電子の順行)ものも全て考える。このような経路を考えるのは、Feynman のアイデア由来のものである。

考える方程式は、Dirac 方程式より一般的な方程式

$$i\hbar \frac{\partial u}{\partial t}(t) := \left[c \sum_{j=1}^d \hat{\alpha}^{(j)} \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x_j} - eA_j(t, x) \right) + \hat{\beta} mc^2 + eV(t, x) \right] u(t)$$

in $[0, T] \times R^d$

である。但し、 $N \times N$ 定数行列 $\hat{\alpha}^{(j)}$ と $\hat{\beta}$ は、エルミート行列であることのみが仮定される。

連絡先：岩塚 明 (京都工繊大基盤科学系, 075-724-7733)

竹井 義次 (京大数理研, 075-753-7249)

備考) 講演終了後に懇親会を行う予定です。